

Exercice n° 1

PARTIE A:

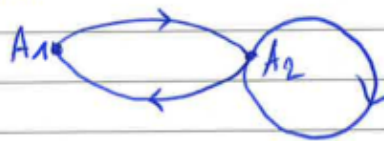
1) $R_{1,1}(4) = 2$.

$$A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_2 \rightarrow A_2 \rightarrow A_1$$

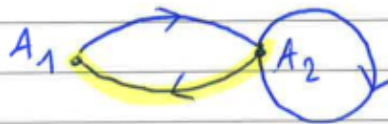
$$A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_1$$

e) a. $R_{1,2}(1) = 1$ car il n'y a qu'un seul parcours possible qui permet d'aller de A_1 à A_2 en une étape.

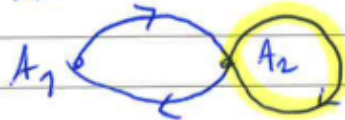
b. Il n'est pas possible d'aller de A_1 à A_1 en une étape donc $R_{1,1}(1) = 0$.



c. $R_{2,1}(1) = 1$



$R_{2,2}(1) = 1$



3) $m \neq 0$

a. ~~Il y a~~ Il y a autant de parcours pour faire ~~$R_{1,1}$~~ aller de A_1 à A_1 en $m+1$ étape qu'il y en a pour aller de A_2 à A_1 en m étape et de $R_{1,2}$ en m étape d'où on écrit $R_{1,1}(m+1) = R_{2,1}(m) = R_{1,2}(m)$.

de même pour $r_{1,2}(m+1) = r_{2,2}(m) = r_{1,2}(m) + r_{1,1}(m)$

$$b - r_{2,1}(m+1) = r_{1,1}(m) + r_{1,2}(m) + r_{2,1}(m) = r_{2,2}(m+1)$$

$$r_{1,2}(m+1) = r_{2,2}(m) + r_{1,1}(m)$$

$$4) a - m \neq 0 \quad \begin{cases} D_m = r_{2,2}(m) \\ F_m = r_{1,1}(m) \end{cases}$$

$$D_1 = r_{2,2}(1) = 1 \quad F_1 = r_{1,1}(1) = 0$$

$$D_2 = r_{2,2}(2) = 2 \quad F_2 = r_{2,1}(2) = 1$$

$$b - m \in \mathbb{N} \text{ et } m \neq 0$$

$$F_n = r_{1,1}(n) \quad F_{n+1} = r_{1,1}(n+1) \quad F_{n+2} = r_{1,1}(n+2)$$

$$r_{1,1}(n+2) = r_{1,1}(n) + r_{1,1}(n+1)$$

$$\text{d'où } F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

$$D_n = r_{2,2}(n) \quad D_{n+1} = r_{2,2}(n+1) \quad D_{n+2} = r_{2,2}(n+2)$$

$$r_{2,2}(n+2) = D_{2,2}(n) + D_{2,2}(n+1)$$

$$\text{d'où } D_{n+2} = D_{n+1} + D_n$$

$$c - F_{m+2} = F_{m+1} + F_m$$

$$D_{n+2} = D_{n+1} + D_n$$

$$F_{10} = F_9 + F_8$$

$$D_{10} = D_9 + D_8$$

$$F_1 = 0 \quad F_2 = 1$$

$$F_3 = F_2 + F_1 = 0 + 1 = 1$$

$$F_4 = 1 + 1 = 2$$

$$F_5 = 2 + 1 = 3$$

$$F_6 = 3 + 2 = 5$$

$$F_7 = 5 + 3 = 8$$

$$F_8 = 8 + 5 = 13$$

$$F_9 = 13 + 8 = 21$$

$$F_{10} = 21 + 13 = 34$$

$$F_{11} = 34 + 21 = 55$$

$$F_{12} = 55 + 34 = 89$$

$$F_{13} = 89 + 55 = 144$$

$$D_1 = 1 \quad D_2 = 2$$

$$D_3 = D_2 + D_1 = 2 + 1 = 3$$

$$D_4 = 3 + 2 = 5$$

$$D_5 = 5 + 3 = 8$$

$$D_6 = 8 + 5 = 13$$

$$D_7 = 13 + 8 = 21$$

$$D_8 = 21 + 13 = 34$$

$$D_9 = 34 + 21 = 55$$

$$D_{10} = 55 + 34 = 89$$

$$D_{11} = 89 + 55 = 144$$

$$D_{12} = 144 + 89 = 233$$

$$D_{13} = 233 + 144 = 377$$

5) $F_{13} = F_{12} + F_{11} = 144$ je peux faire deux promenades différentes.

PARTIE B

$$i \in [1, 2, 3] \quad j \in [1, 2, 3] \quad m \neq 0$$

1) $G_m = R_{1,1}(m)$

$$G_{n+2} = R_{1,1}(n+2) \quad G_{n+1} = R_{1,1}(n+1) \quad G_n = R_{1,1}(n)$$

$$R_{1,1}(n+2) = R_{1,1}(n+1) + 2R_{1,1}(n+1)$$

d'où $G_{n+2} = G_{n+1} + 2G_n$

2) $G_{m+2} = G_{m+1} + 2G_m$

$$G_1 = 0 \quad G_2 = 2 \quad G_3 = 2 \quad G_4 = G_3 + 2G_2 = 6$$

$$G_5 = G_4 + 2G_3 = 6 + 4 = 10 \quad G_6 = G_5 + 2G_4 = 10 + 12 = 22$$

$$G_7 = G_6 + 2G_5 = 22 + 20 = 42 \quad G_8 = G_7 + 2G_6 = 42 + 44 = 86$$

$$G_9 = G_8 + 2G_7 = 86 + 84 = 170 \quad G_{10} = G_9 + 2G_8 = 170 + 172 = 342$$

Partie 2

$$2) \quad CC_2 = 2 \times \sqrt{R_1 R_2} = \underline{2 \times \sqrt{2}} \quad (\text{ordonnée positive}) \quad CC_2(0, 2\sqrt{2})$$

$$CC'_2 = \underline{2 \times \sqrt{2}} \quad (\text{ordonnée négative}) \quad CC'_2(0, -2\sqrt{2})$$

3)a. Dans le repère orthonormal (C, \vec{i}, \vec{j})

on a:	
$\vec{CC}_1 = -2\vec{i}$	Les vecteurs \vec{CC}_1 et \vec{CC}_4 sont colinéaires donc les points C, C_1 et C_4 sont alignés $C_1 \in (CC_4)$
$\vec{CC}_4 = 4\vec{i}$	
$-2\vec{i} \times (2) = 4\vec{i}$	
$-2\vec{CC}_1 = \vec{CC}_4$	

$$b) \Rightarrow C(0,0) \quad C_4(4,0)$$

C_1 a donc la même ordonnée que C et C_4 soit 0

4) Parce que les billes soient tangentes,

$$C_1 C_2 = 2\sqrt{R_1 R_2} \quad \text{doit être vérifié}$$

D'une
part:

$\vec{C_1 C_2} \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{pmatrix}$	$\ \vec{C_1 C_2}\ = \sqrt{x^2 + y^2}$
$\vec{C_1 C_2} \begin{pmatrix} 0 - (-2) \\ 2\sqrt{2} - 0 \end{pmatrix}$	$= \sqrt{2^2 + (2\sqrt{2})^2}$
$\boxed{\vec{C_1 C_2} \begin{pmatrix} 2 \\ 2\sqrt{2} \end{pmatrix}}$	$= \sqrt{4 + 4 \times 2}$
	$= \sqrt{12}$
	$= \underline{2\sqrt{3}}$

$$\text{D'autre part: } 2\sqrt{R_1 R_2} = 2 \times \sqrt{1 \times 2} \\ = \underline{2\sqrt{2}}$$

$2\sqrt{2} \neq 2\sqrt{3}$ donc on ne peut pas entourer la
bille S car les billes S_1 et S_2 ne seront pas tangentes.

Exercice n° 1

Partie A:

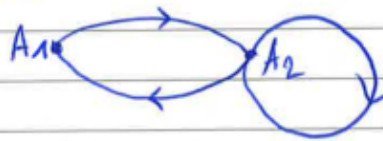
1) $R_{1,1}(4) = 2$.

$$A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_2 \rightarrow A_2 \rightarrow A_1$$

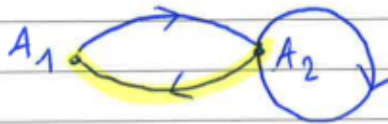
$$A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_1$$

2) a. $R_{1,2}(1) = 1$ car il n'y a qu'un seul parcours possible qui permet d'aller de A_1 à A_2 en une étape.

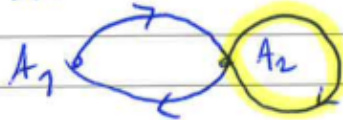
b. Il n'est pas possible d'aller de A_1 à A_1 en une étape donc $R_{1,1}(1) = 0$.



c. $R_{2,1}(1) = 1$



$$R_{2,2}(1) = 1$$



3) $m \neq 0$

a. ~~Il y a~~ Il y a autant de parcours pour aller de A_1 à A_1 en $m+1$ étapes qu'il y en a pour aller de A_2 à A_1 en m étapes et de A_1 à A_2 en m étapes d'où on écrit $R_{1,1}(m+1) = R_{2,1}(m) = R_{1,2}(m)$.

de même pour $r_{1,2}(m+1) = r_{1,2}(m) = r_{1,2}(m) + r_{1,1}(m)$

$$b- r_{2,1}(m+1) = r_{1,1}(m) + r_{1,2}(m) + r_{2,1}(m) = r_{2,2}(m+1)$$

$$r_{2,2}(m+1) = r_{2,2}(m) + r_{2,1}(m)$$

$$4) a- m \neq 0 \quad \begin{cases} D_m = r_{2,2}(m) \\ F_m = r_{1,1}(m) \end{cases}$$

$$D_1 = r_{2,2}(1) = 1 \quad F_1 = r_{1,1}(1) = 0$$

$$D_2 = r_{2,2}(2) = 2 \quad F_2 = r_{2,1}(2) = 1$$

$$b- m \in \mathbb{N} \text{ et } m \neq 0$$

$$F_n = r_{1,1}(n) \quad F_{n+1} = r_{1,1}(n+1) \quad F_{n+2} = r_{1,1}(n+2)$$

$$r_{1,1}(n+2) = r_{1,1}(n) + r_{1,1}(n+1)$$

$$\text{d'où } F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

$$D_n = r_{2,2}(n) \quad D_{n+1} = r_{2,2}(n+1) \quad D_{n+2} = r_{2,2}(n+2)$$

$$r_{2,2}(n+2) = D_{2,2}(n) + D_{2,2}(n+1)$$

$$\text{d'où } D_{n+2} = D_{n+1} + D_n$$

$$c- F_{m+2} = F_{m+1} + F_m$$

$$D_{n+2} = D_{n+1} + D_n$$

$$F_{10} = F_9 + F_8$$

$$D_{10} = D_9 + D_8$$

$$\begin{aligned}
F_1 &= 0 & F_2 &= 1 \\
F_3 &= F_2 + F_1 = 0 + 1 = 1 \\
F_4 &= 1 + 1 = 2 \\
F_5 &= 2 + 1 = 3 \\
F_6 &= 3 + 2 = 5 \\
F_7 &= 5 + 3 = 8 \\
F_8 &= 8 + 5 = 13 \\
F_9 &= 13 + 8 = 21 \\
F_{10} &= 21 + 13 = 34 \\
F_{11} &= 34 + 21 = 55 \\
F_{12} &= 55 + 34 = 89 \\
F_{13} &= 89 + 55 = 144
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_1 &= 1 & D_2 &= 2 \\
D_3 &= D_2 + D_1 = 2 + 1 = 3 \\
D_4 &= 3 + 2 = 5 \\
D_5 &= 5 + 3 = 8 \\
D_6 &= 8 + 5 = 13 \\
D_7 &= 13 + 8 = 21 \\
D_8 &= 21 + 13 = 34 \\
D_9 &= 34 + 21 = 55 \\
D_{10} &= 55 + 34 = 89 \\
D_{11} &= 89 + 55 = 144 \\
D_{12} &= 144 + 89 = 233 \\
D_{13} &= 233 + 144 = 377
\end{aligned}$$

5) $F_{13} = F_{12} + F_{11} = 144$ je peux faire deux promenes différentes.

PARTIE B

$$i \in [1, 2, 3] \quad j \in [1, 2, 3] \quad n \geq 0$$

1) $G_m = R_{1,1}(m)$

$$G_{n+2} = R_{1,1}(n+2) \quad G_{n+1} = R_{1,1}(n+1) \quad G_n = R_{1,1}(n)$$

$$R_{1,1}(n+2) = R_{1,1}(n+1) + 2R_{1,1}(n+1)$$

d'où $G_{n+2} = G_{n+1} + 2G_n$

2) $G_{n+2} = G_{n+1} + 2G_n$

$$G_1 = 0 \quad G_2 = 2 \quad G_3 = 2 \quad G_4 = G_3 + 2G_2 = 6$$

$$G_5 = G_4 + 2G_3 = 6 + 4 = 10 \quad G_6 = G_5 + 2G_4 = 10 + 12 = 22$$

$$G_7 = G_6 + 2G_5 = 22 + 20 = 42 \quad G_8 = G_7 + 2G_6 = 42 + 44 = 86$$

$$G_9 = G_8 + 2G_7 = 86 + 84 = 170 \quad G_{10} = G_9 + 2G_8 = 170 + 172 = 342$$

Rappels :

θ en degré	θ en radian	$\cos \theta$	$\sin \theta$
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Partie 1 - Question A3

n	R_n	CC_n
2	4	4
3	3	$2\sqrt{3}$
4	2	$2\sqrt{2}$
6	1	2

Partie 1 - Configuration 1 - Question 1 :

